Практические задания по теме: «Элементы математической логики».

1. Для следующих рассуждений постройте их буквенную форму и проверьте с помощью диаграмм Венна, правильна ли эта форма:

1. Все x являются y и некоторые y не являются z; значит, некоторые x не являются z.
2. Если ни один кит не может летать, то ни один летающий предмет не является китом.
3. Если все квадраты являются прямоугольниками, то некоторые прямоугольники не являются квадратами.
4. Если всех львов можно приручить и все львы – хищники, то всех хищников можно приручить.
5. Если некоторых хищников можно приручить и все львы – хищники, то некоторых львов можно приручить.
6. Если всех хищников можно приручить и всех львов можно приручить, то все львы-хищники.
7. Если ни один кит не является рыбой и все щуки – рыбы, то ни одна щука не является китом.
8. Если ни один лев не является рыбой и все львы живут на суше, то ни одна рыба не живёт на суше.
9. Все следователи юристы. Некоторые следователи имеют высшее образование. Значит, все юристы имеют высшее образование.
10. Все кошки являются рыбами, у всех рыб 4 ноги. Значит, у кошки 4 ноги.
11. Все отличники – ученики, некоторые ученики занимаются спортом, значит, некоторые отличники занимаются спортом.
12. Все **x** являются **y** и ни одно **x** не является **z**; значит, все **y** не являются **z**.
13. Ни одно x не является y и некоторые y являются z; значит, некоторые z не являются x.
14. Если некоторые y являются x , некоторые y являются z и некоторые z являются x, то некоторые x одновременно являются и y, и z.
15. Все x являются y и некоторые x являются z, значит, все y являются z.
16. Все x являются y и некоторые y являются z; значит, все z не являются x.

2. Укажите, какие из следующих предложений являются высказываниями, и определите, истинны они или ложны:

1. «Все треугольники – равнобедренные».
2. «Вы были в театре?».
3. $\frac{1917}{852}=\frac{9}{4}$;
4. $x^2-8x+15=0$;
5. $a\subset\{a,b,c\}$;
6. $(AB)\perp(AB)$.

3. Среди следующих сложных высказываний выделите конъюнкцию, дизъюнкцию, эквивалентность и определите, ложны они или истинны:

1. число 27 кратно 3 и 9;
2. число 2 – простое или чётное;
3. если треугольник равнобедренный, то он равносторонний;
4. дважды два равно пяти или небо голубое.

4. Определите значение истинности следующих высказываний:

1. если 16 делится на 4, то 16 делится на 2;
2. если 22 равно 4, то 7^2 равно 81;
3. если телепатия существует, то некоторые физические законы требуют пересмотра;

4. 18 делится на 4, тогда и только тогда, когда 18 делится на 2;
5. сумма внутренних углов любого треугольника меньше 180 градусов тогда и только тогда, когда 2 больше трёх.

5. Укажите, какие из следующих предложений являются высказываниями, установите истинность простых высказываний. В сложных высказываниях выделите конъюнкцию, дизъюнкцию, импликацию, эквивалентность, установите истинность.

1. 1. $8833<88^2+33^2$.
   2. Треугольник называется равносторонним, если его стороны равны между собой.
   3. Антонио Вивальди – итальянский композитор.
   4. Марс и Венера планеты Солнечной системы.
   5. $10 < 9+1$ тогда и только тогда, когда $9 < 8+1$.
   6. Христофор Колумб открыл Америку или Африку.
   7. Если $-3 < -1$, то $3^2 = 6$.
   8. 15 делится на 5 и на 2.

2. 1. $17 < 42 < 18$.
   2. $(AB)\|(BA)$.
   3. «А. С. Пушкин родился в 1799 году».
   4. «Треугольник АВС является остроугольным, прямоугольным или тупоугольным».
   5. 16 делится на 4 тогда и только тогда, когда 16 делится на 24.
   6. Всегда $(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$.
   7. $7^2 = 49$ и $(-7)^2 = 49$.
   8. Если 18 делится на 4, то 18 делится на 2.

3. 1. Множеством называется совокупность каких-либо предметов.
   2. $7^2=49$ и $(-7)^2=49$.
   3. Если 17 делится на 4, то 17 делится и на 2.
   4.Окружность не может быть ни вогнутой, ни незамкнутой.
   5. Чтобы углы были смежными, достаточно, чтобы они имели общую сторону.
   6. Какой сегодня день?
   7. Я живу в Москве – столице России.
   8. $а \wedge в = в \wedge а$.

4. 1. 42 делится на 7 тогда и только тогда, когда 42 делится на 14.
   2. С Новым годом!.
   3. $2 \bullet 5^3 > 5 \bullet 2^3$.
   4. Роберт О.Нир – математик, который имеет собаку.
   5. функция $y = \operatorname{Sin} x$ – чётная и периодическая.
   6. если $2 \cdot 2 = 5$, то $8^2 \neq 500$.
   7. Европа и Австралия являются материками.
   8. $3x+2 = 5$.

5. 1. Антонимы – слова одной части речи, абсолютно противоположные по своему лексическому значению.
   2. $a \in \{a, b, c\}$.
   3. Земля вращается вокруг Солнца.
   4. $2^7 < 7^2$.
   5. если кошки – хищники, то $(-1)^2 = 1$.

6. сумма внутренних углов четырёхугольника равна 360^{o} тогда и только тогда, когда четырёхугольник – параллелограмм.
7. функция $y = x^2$ – чётная или периодическая.
8. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ для любых a и b.

6. 1. Итальянский композитор Джузеппе Верди и немецкий композитор Рихард Вагнер родились в 1813 году.
2. 3x+2=5.
3. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, при любых a и b.
4. Вы любите слушать музыку?
5. Если $5\leq 21$, то $5\leq 20$.
6. $3^3+4^3+5^3=6^3$.
7. $66\geq 6\cdot 6$.
8. 10 делится на 3 тогда и только тогда, когда 100 делится на 9.

6. Если множество M={(x,y): 2x-y-1=0}, то: а) $(1,1)\in M$; б) $(2;-1)\notin M$; в) $(2,3)\notin M$; г) $(-1,2)\in M$. Какие из вышеприведенных высказываний истины , а какие ложны?

7. Если N = {натуральные числа},
M= {положительные рациональные},
P= {простые числа},
Q= {положительные нечетные числа}.
То истины высказывания: а) $P\subset Q\cap N$; б) $Q\subset N\cap M$; в) $P\subset (Q\cap N)UM$; г) $Q=P\cap N$.

8. Если множество M={(x,y): $x^2+y^2=4$}, то а) $(2,1)\in M$; б) $(-2,2)\in M$; в) $(2,-2)\notin M$; г) $(1,1)\notin M$. Какие вышеприведенных высказываний истины, какие ложны?

9. Если множества а)$A\subset B\subset C$, то истинны ли высказывания: а) $AUB\subset C$; б) C\B=C\A; в) B\C=A\C?

10. Если множество M={(x,y): $|y-x|\leq 2$}, то: а) $(1,-1)\in M$;
б) $(-3,1)\notin M$; в) $(0,-2)\notin M$; г) $(-2,-3)\notin M$. Какие из вышеприведенных высказываний истинны а, какие ложны?

11. Истинны ли высказывания: а) A\(BUC)=(A\B)\C; б) $AU(B\setminus C)\subset (AUB)$.

12. Если множество M={(x,y): $\frac{y}{x}\leq 2$}, то: а) $(-1,1)\notin M$; б)$(0,1)\in M$; в) $(1,0)\in M$; г) $(-1,-2)\in M$. Какие из вышеприведенных высказываний истинны, какие ложны?

13. Истинны ли высказывания: а) (A\B)=(B\A); б)$A\setminus(B\cap C)=(A\setminus B)U(A\setminus C)$.

14. Истинны ли высказывания: а) $(A\setminus B)U(B\setminus A)=(AUB)\setminus(A\cap B)$; б) $A\setminus(A\setminus B)=A\cap B$.

15. Даны высказывания a:я купил велосипед, b:я участвовал в соревнованиях по велоспорту, c:я путешествовал по Англии. Сформулируйте высказывания, соответствующие следующим выражениям: а) $a\wedge b$; б) $a\vee b$; в) $\bar{a}\wedge b$; г) $(\bar{a}\wedge b)\vee\bar{c}$; д) $\overline{a\wedge b}$; е) $\bar{a}\vee\bar{c}$.

16. Используя таблицы истинности, доказать, что: а) $\overline{a\wedge b}\Leftrightarrow\bar{a}\vee\bar{b}$; б) $\overline{a\vee b}\Leftrightarrow\bar{a}\wedge\bar{b}$.

17. На вопрос, кто из трех учащихся изучал логику, был получен правильный ответ: если изучал первый, то изучал и второй, но неверно, что, что если изучал третий, то изучал и второй. Кто из учащихся изучал логику?