Случайная величина.

Случайной называется величина, значение которой зависит от случая или стечения обстоятельств.

Различают два вида случайных величин:
Дискретная (прерывная) случайная величина – это величина, принимающая отдельные числовые значения, их можно просчитать.
(число студентов на лекции, число волос на голове)
Непрерывная случайная величина- это величина, принимающая любое значение в определенном интервале.
(температура воздуха, показания любого стрелочного прибора)

Числовые характеристики дискретной случайной величины

1. **Математическое ожидание—**это сумма произведений всех ее возможных значений на их вероятности.

$\mathbf{M(x)=x_1P_1+x_2P_2+\ldots+x_nP_n=}\sum_{i=1}^{n} x_i P_i$ Если n→∞, то $\bar{x}\approx$M(x)

2. **Дисперсией** дискретной случайной величины – называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания.

$$\mathbf{D(x)=M[x-M(x)]^2}$$

Для вычисления более удобна формула: $\mathbf{D(x)=M(x^2)-M^2(x)}$

3. **Среднее квадратическое отклонение**-это квадратный корень из дисперсии.

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{D(x)}$$

Пример1:

Дан закон распределения случайной величины *X*

X	0	1	2	5	7
P	0,1	0,33	0,12	0,0 5	0,4

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

Дано:
$x_1=0$; $x_2=1$; $x_3=2$; $x_4=5$; $x_5=7$
$P_1=0,1$;$P_2=0,33$;$P_3=0,12$;$P_4=0,05$;$P_5=0,4$

Найти:
M(x)=?
D(x)=?
σ (x)=?

Решение:
M(x)=$\sum x_i \cdot P_i$ =0·0,1+1·0,33+2·0,12+5·0,05+7·0,4=3,62
D(x)=M(x^2)-M^2(x)=21,66-$3,62^2$=8,56
M(x^2)= 0^2·0,1+1^2·0,33+2^2·0,12+5^2·0,05+7^2·0,4=21,66
σ (x)=$\sqrt{D(x)} = \sqrt{8,56}$ ≈2,9

Ответ: M(x)=3,62; D(x)=8,56; σ (x)=2,9

Законы распределения случайных величин

Биномиальное распределение.

Пусть вероятность некоторого события **A** равна **P(A),** тогда вероятность события противоположного **q=1-P(**A).

Пусть испытание проводится **n** раз. Биномиальный закон позволяет рассчитать вероятность того, что среди **n** испытаний событие **A** произойдет **m** раз.

$$C_n^m = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-m+1)}{m!}$$
$$P_{m,n} = C_n^m P^m(A)(1-P(A))^{n-m}$$

Задача: Лечение заболевания приводит к выздоровлению в 80%. Лечилось пятеро животных. Каковы вероятности того, что:

1. выздоровят все пятеро,
2. выздоровят четверо,
3. не выздоровит ни один,

Дано:
P(A)=0.8
n=5
$m_{1=}5$
$m_{2=}4$
$m_{3=}0$

$P_{5,5}$=? $P_{5,4}$=? $P_{5,0}$=?

Решение:
Применяют биномиальный закон распределения.

$$C_n^m = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-m+1)}{m!}$$

$$P_{m,n} = C_n^m P^m(A)(1-P(A))^{n-m}$$

1. Рассчитывают число сочетаний $C_5^5 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 1$

Находят вероятность того, что выздоровят все пятеро животных:
$P_{5,5}=1 \cdot 0.8^5 \cdot (1-0.8)^0 = 0.8^5 = 0.327$

2. Рассчитывают число сочетаний $C_5^4 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 5$

Находят вероятность того, что выздоровят четверо животных:
$P_{5,4}=5 \cdot 0.8^4 \cdot (1-0.8)^1 = 5 \cdot 0.8^4 \cdot 0.2 = 0.409$

3. Рассчитывают число сочетаний $C_5^0=1$

Находят вероятность того, что не выздоровит ни одно животное:
$P_{5,0}=1 \cdot 0.8^0 \cdot (1-0.8)^5 = 0.2^5 = 3.19 \cdot 10^{-4}$

Ответ: $P_{5,5}=0.327$; $P_{5,4}=0.409$; $P_{5,0}= 3.19 \cdot 10^{-4}$

Распределение Пуассона.

Когда вероятность события очень мала ($P<0.1$) и исчисляется сотыми и тысячными долями единицы, то для описания такого рода распределений редких событий служит формула Пуассона.

$$P_{n,m} = \frac{\lambda^m}{m!} \ell^{-\lambda} = \frac{\lambda^m}{m! \ell^{\lambda}},$$

Закон Пуассона позволяет рассчитать вероятность того, что при **n** испытаниях нужное нам событие выпадает **m** раз.

Где: **λ=n p** -ожидаемое среднее значение;

m-частота ожидаемого события в **n** независимых испытаний;

e=2,7183 -основание натуральных логарифмов;

m!-факториал или произведение натуральных чисел **m!=** $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 ... m$.

Задача: Предположим, что редкое заболевание встречается у 0.02% большой популяции. Из популяции производят случайную выборку в 10000 человек, которых проверяют на это заболевание. Каково ожидаемое число людей с заболеванием в этой выборке? Какова вероятность, что заболевание окажется у трёх человек?

Дано:

P=0.0002
n=10000
m=3

λ=? $P_{n,m}$=?

Решение:

Так как вероятность очень мала (P<0.1), применяем закон Пуассона:

$$P_{n(m)} = \frac{\lambda^m}{m!}\ell^{-\lambda} = \frac{\lambda^m}{m!\,\ell^{\lambda}},$$

1. Рассчитаем ожидаемое количество больных в данной выборке: $\lambda = n \cdot P$

$\lambda = 10000 \cdot 0.0002 = 2$

2. Найдём вероятность того, что в этой выборке окажется трое больных.

$P_{n,3} = \frac{2^3 \cdot \ell^{-2}}{3!} = \frac{8 \cdot 2.7^{-2}}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 0.36$

Ответ: $\lambda=2$; $P_{n,3}=0.36$

Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.

Средним значением или *математическим ожиданием* непрерывной случайной величиной X называется значение интеграла:

$$M(X) = M_x = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \mathrm{f(x)dx},$$

где f(x) –плотность вероятности.

Дисперсией непрерывной случайной величины X называется значение интеграла:

$$\mathrm{D(X)} = \mathrm{D_x} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M_x)^2 f(x)dx.$$

Для определения дисперсии может быть также использована формула:

$$\mathrm{D_x} = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - M_x^2.$$

Задача:

Случайная величина X задана плотностью вероятности f(x) = x/2 в интервале (0;2), вне этого интеграла f(x) = 0.

Найти математическое ожидание величины X.

Решение: На основании формулы: $M_x = \int_{-\infty}^{\infty} x\mathrm{f(x)dx}$

имеем $M_x = \int_0^2 x \cdot \frac{1}{2} x\mathrm{dx} = \frac{1}{2}\int_0^2 \mathrm{x}^2 dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} = \frac{1}{6}(2^3 - 0^3) = \frac{4}{3}.$

Задача:

Случайная величина X задана плотностью вероятности $\mathrm{f(x)} = \mathrm{C}(\mathrm{x}^2 + 2x)$ в интервале (0; 1). Вне этого интервала f(x) =0. Найти параметр C.

Решение. Так как $C\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{f(x)dx} = 1,$

то: $C\int_0^1(\mathrm{x}^2 + 2x)dx = C\left(\frac{x^3}{3} + x^2\right) = C\frac{4}{3} = 1.$ Откуда C = ¾.

Задача:

Случайная величина X задана в интервале $(0;\pi)$ плотностью вероятности f(x) = 0. Найти дисперсию величины X.

Решение:

Для нахождения дисперсии используем формулу: $\mathrm{D_x} = \int_{-\infty}^{\infty}x^2 f(x)dx - M_x^2.$

Математическое ожидание : $M_x = \int_0^{\pi}xf(x)dx = \frac{1}{2}\int_0^{\pi}x\sin x dx.$

Интегрируя по частям, получаем $\mathrm{M_x} = \pi/2.$ Находим значение первого слагаемого в выражении дисперсии:

$$\int_0^{\pi}\mathrm{x}^2 f(x)dx = \frac{1}{2}\int_0^{\pi}\sin x dx.$$

Интегрируя по частям дважды, получаем

$$\int_0^{\pi}x^2 f(x)dx = \frac{\pi^2}{2} - 2.$$

Подставляя в выражение дисперсии полученные значения, находим

$$\mathrm{D_x} = \frac{\pi^2}{4} - 2.$$

Функция распределения вероятностей и плотность вероятности непрерывной случайной величины.

Непрерывные случайные величины характеризуются тем, что их значения могут сколь угодно мало отличаться друг от друга.

Вероятность события X<*x* (где X- значение непрерывной случайной величины, а *x* – произвольно задаваемое значение), рассматривамая как функция от *x*, называется *функцией распределения вероятностей:*

F(x) = P(X<x)

Производная от функции распределения вероятностей называется *функцией плотностей* или *плотностью вероятности:*

F(x)= F'(x)

Функция распределения вероятностей выражается через плотность вероятности в виде интеграла:

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)dx$$

Вероятность попадания случайной величины в интервал $(x_1\ x_2)$ равна приращению функции распределения вероятностей на этом интервале:

$$P(x_1 < X < x_2) = F(x_2) - F(x_1)$$

Задача:
Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2 \\ (x-2)^2 & \text{если } 2 < x \le 3, \\ 1, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Найти плотность вероятности f(x) и вероятность попадания случайной величины X в интервалы (1;2,5), (2,5;3,5).

Решение:
Плотность вероятности находим по формуле **f(x)=F'(x):**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{åñëè õ} \le 2, \\ 2\tilde{o}-4, & \text{åñëè } 2 < \tilde{o} \le 3 \\ 0, & \text{åñëè õ} > 3 \end{cases}$$

Вероятности попадания случайной величины X в интервалы вычисляем по формуле:

$P(1<X<2.5)= F(2.5)- F(1)=0.5^2-0=0,25$

$P(2.5<X<3.5)=F(3.5)-F(2.5)=1-0.25=0.75.$

Задача:
Плотность вероятности непрерывной случайной величины X

$$F(x)= \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 1, \\ x - \frac{1}{2}, & \text{если } 1 < x \le 2, \\ 0, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

Найти функцию распределения F(x) и построить ее график.

Решение.

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = 0, \text{если } x \le 1,$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = \int_{-\infty}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{x} f(x)dx = 0 + x^2/2 - (\tfrac{1}{2})x = (x^2 - x)/2, \text{если } 1 < x \le 2,$$

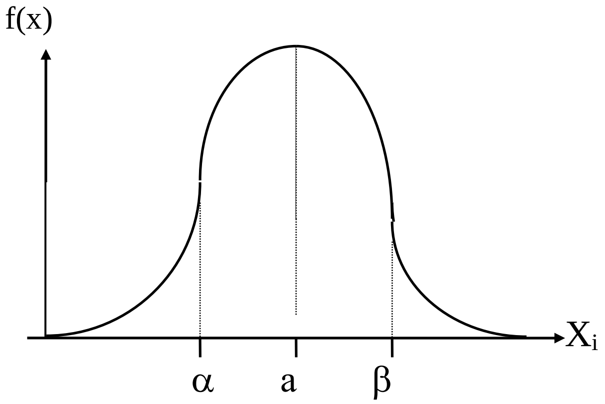
F(x)= $\int_{-\infty}^{x} f(x)dx = \int_{-\infty}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{2} f(x)dx + \int_{2}^{x} f(x)dx + \int_{2}^{x} f(x)dx = (x^2 - x)/2 \Big|_{1}^{2} = 1,$ если $x > 2.$

Нормальный закон распределения.

Для непрерывной случайной величины функция плотности вероятности рассчитывается по формуле:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \ell^{\frac{-(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

График нормального распределения непрерывной случайной величины имеет вид:



Вероятность того, что случайная величина лежит в интервале от α до β численно равна площади фигуры, заключенной между осью абсцисс и кривой, отвечающей нормальному закону. С помощью методов интегрального исчисления можно вычислить эту площадь. Площадь фигуры равна определенному интегралу от α до β от функции плотности вероятности. Тогда, вероятность того, что случайная величина лежит в интервале от α до β можно определить по формуле:

$$P(\alpha \le x \le \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \ell^{\frac{-(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma^2}} \mathrm{dx}$$

Вычисления упрощаются, если определенный интеграл от α до β от функции плотности вероятности представить как разность двух **F** функций, т. е.

$$P(\alpha \le x \le \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \ell^{\frac{-(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma^2}} \mathrm{dx} = F(\frac{\beta - \bar{x}}{\sigma}) - F(\frac{\alpha - \bar{x}}{\sigma})$$

Значения **F(t)**-функций определяются по таблице №2 (Площади под кривой нормального закона распределения).

Систолическое давление у женщин, страдающих гипертонической болезнью, имеет, согласно оценкам, среднее 158 мм. рт.ст. и стандартное отклонение 15 мм. рт.ст. В предположении, что систолическое давление является нормальной случайной величиной, оцените вероятность того, что давление находится между 141 и 177 мм.рт.ст. Какое количество женщин из 1000 имеет давление в этом интервале ?

Дано:

$\bar{X} = 158$ мм.рт.ст

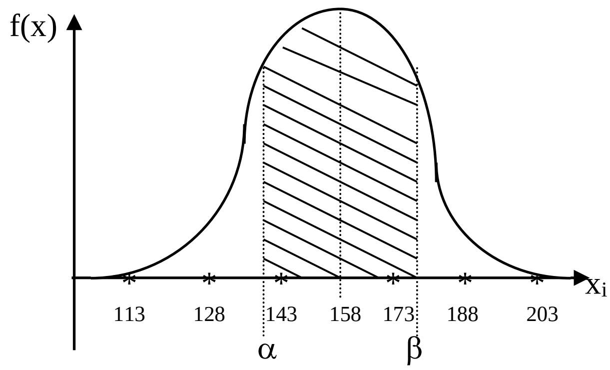
α=141 мм.рт.ст
β=177 мм.рт.ст
n=1000
σ=15 мм.рт.ст

Найти:

P(141≤ **X** ≤177)=?

Решение:

Строят график нормального закона.



1. Вероятность того, что случайная величина находится в интервале от 141 до 177мм.рт. ст. находят по формуле:

$$P(\alpha \le x \le \beta) = F(\frac{\beta - \bar{X}}{\sigma}) - F(\frac{\alpha - \bar{X}}{\sigma})$$

$$P\ (141 \le x \le 177) = F\ (\frac{177-158}{15}) - F(\frac{141-158}{15}) = F(1.27) + F(1.13) = 0.3980 + 0.3708 = 0.7688$$

2. Чтобы найти, какое количество женщин имеет давление в этом интервале, используют формулу $P=\frac{m}{n}$, из которой находят m=n·P

m=1000·0.7688=768.8≈769

Ответ: P=0.7688; m=769

Задачи для самостоятельного решения.

1. Случайная величина X задана законом распределения:

X	0	1	2
p	0,25	0,25	0,5

Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение, построить функцию распределения.

2. Сделано 5 определений содержания кальция в крови (в условных единицах): 11,27; 11,36; 11,09; 11,16; 11,47. Вычислите $\overline{X}$; σ^2; σ

3. Для эксперимента по определению скорости роста требуется выбрать четыре штамма бактерий из имеющихся восьми. Сколькими способами это можно сделать?

4. У 6 мальчиков и11 девочек в классе имеются признаки инфекционного заболевания. Чтобы проверить наличие заболевания требуется взять выборочный анализ крови:
1. у двух мальчиков
2. у двух девочек.

Сколькими способами можно это сделать?

5. У шести животных имеется заболевание, причем вероятность выздоровления равна 0.95. Какова вероятность того, что:
а) выздоровят все шестеро животных;
б) не выздоровит ни одно;
в) выздоровят только пятеро?

6. Лечение заболевания приводит к выздоровлению в 75% случаев. Лечилось семь больных. Каковы вероятности того, что:
а) выздоровят шесть;
б) не выздоровит ни один;
в) выздоровят четверо.

7. В некоторой большой популяции 20% левшей. Если из популяции случайно выбирают 10 человек, то какова вероятность того, что:
1) все они являются левшами
2) пятеро являются левшами
3) нет ни одного левши

8. В некоторой большой популяции 70% людей, владеют правой рукой лучше, чем левой. Если из популяции случайно выбирают 8 человек, то какова вероятность того, что:

1) семь владеют правой рукой лучше, чем левой
2) трое владеют правой рукой лучше, чем левой
3) ни один из них не владеет правой рукой лучше, чем левой

9 В некоторой большой популяции 10% людей одинаково свободно владеют обеими руками. Если из популяции случайно выбирают 9 человек, то какова вероятность того, что:

1) один одинаково свободно владеет обеими руками?
2) шесть человек одинаково свободно владеет обеими руками?
3) все девять одинаково свободно владеют обеими руками?

10 В соответствии с группами крови людей можно расклассифицировать на четыре взаимно исключающие категории: **O, A, B, AB**. В одной большой популяции доли различных групп крови соответственно равны **0.45, 0.4, 0.1, 0.05**. Допустим, что из этой популяции случайным образом выбирают семь человек. Каковы вероятности того, что:

1. трое из них имеют группу **O**.
2. ни один из них не имеет группу крови **AB**?
3. четверо имеют группу **A**
4. пятеро имеют группу **B**

11 В популяции дрозофиллы у 20% особей имеется мутация крыльев. Если из популяции выбирают наугад шесть мух, то какова вероятность мутации:

1. у двух из них?
2. у одной?
3. у пяти?

12 В некоторой большой популяции у 40% людей волосы чёрные, у 40% рыжие и у 20% светлые. Если из популяции случайно выбирают 10 человек, то каковы вероятности того, что среди них:

1. пятеро черноволосых
2. трое рыжих,
3. семь светловолосых

13 Согласно ГОСТу, вероятность содержания лекарственных веществ в одной грануле равна 0.9. Какова вероятность того, что из 10 гранул 5 удовлетворяют нормативам?

14 Составьте закон распределения случайной величины X-(число мальчиков) среди пяти новорожденных. Вероятность рождения мальчика 0.515.

15 Составьте закон распределения случайной величины X-(число девочек) среди пяти новорожденных. Вероятность рождения девочки 0.485.

16 Всхожесть семян лекарственного растения оценивается вероятностью 0.9. Составить биномиальное распределение вероятностей появления всхожих семян из шести наугад взятых.

17 На 10000 семей с 4 детьми было: все девочки-в 566 семьях, все мальчики- в 641 семье. Исходя из предположения о биномиальности распределения, вычислите вероятность рождения мальчиков и девочек.

18 Среди 10000 сеянцев ячменя в среднем два не имеют обычной зелёной окраски в результате спонтанных мутаций, влияющих на хлорофилл. Какова вероятность того, что из 20000 случайно выбранных сеянцев ячменя ровно у трёх не окажется обычной зелёной окраски?

19 Вероятность изготовления нестандартного продукта равна 0.004. Найти вероятность того, что в партии из 1000 единиц окажется 5 нестандартных.

20 Если в среднем левши составляют 1%, то какова вероятность, что среди 200 человек 4 левши?

21 Вероятность заболевания туберкулёзом лёгких в данной местности равна 0.03. %. Какова вероятность, что при осмотре 10000 человек будет выявлено трое больных?

22 Фармацевтический завод отправил на аптечный склад 10000 ампул витамина С. Вероятность того, что в пути ампула будет повреждена, равна 0.0002. Найти вероятность того, что на склад прибудет 5 дефектных ампул.

23 Среди семян лекарственного растения 0.04% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 10000 семян обнаружится 5 семян сорняков?

24 Некоторый вид пищи вызывает аллергическую реакцию у 0.001% индивидумов. Если эту пищу ежедневно едят 100000 человек, то каково ожидаемое число людей, испытывающих аллергическую реакцию. Какова вероятность того, что 9 человек испытывают аллергическую реакцию?

25 Считается, что вакцина формирует иммунитет против полиомиелита в 99.99% случаев. Предположим, что вакцинировалось 10000 человек. Каково ожидаемое число людей, не приобретших иммунитет? Какова вероятность того, что иммунитет не приобрели 5 человек?

26 Предположим, что редкое заболевание встречается у 0.02% большой популяции. Из популяции производят случайную выборку в 20000 человек, которых проверяют на это заболевание. Каково ожидаемое число людей с заболеванием в этой выборке? Какова вероятность, что заболевание окажется у 5 человек?

27 По оценкам 0,5% взрослого населения одной большой популяции имеет значительную избыточную массу. Из этой популяции случайно выбирают 1000 человек. Каково ожидаемое число людей у которых обнаружится избыточная масса? Какова вероятность того, что среди 1000 человек трое окажутся с избыточной массой?

28 Предположим, что редкое заболевание встречается у 0.1% большой популяции. Производят случайную выборку в 5000 человек, которых проверяют на это заболевание. Каково ожидаемое число людей с заболеванием в этой выборке? Какова вероятность, что заболевание окажется ровно у четырех человек?

29 Примерно один ребенок из 700 рождается с синдромом Дауна. В больнице в год рождается 3500 детей. Каково ожидаемое число новорожденных с синдромом Дауна? Какова вероятность того, что с синдромом Дауна родится 8 детей?

30 Случайная величина X задана плотностью вероятности f(x) = x/8 в интервале (0; 4). Вне этого интервала f(x) = 0.
Найти математическое ожидание.

31 Случайная величина X задана плотностью вероятности f(x) = $e^{-2|x|}$ при $-\infty < x < \infty$. Найти математическое ожидании.

32 Случайная величина X задана плотностью вероятности f(x) = 0,25 sin (x/2) на интервале $(0;2\pi)$. Вне этого интервала f(x) = 0.Найти дисперсию величины X.

33 Случайная величина X задана плотностью вероятности f(x) = 0,5 cos x на интервале $(-\pi/2;\pi/2)$. Вне этого интервала f(x) = 0. Найти дисперсию величины

34 Случайная величина имеет распределение Рэлея:

$$F(x) = 1 - e^{-x^2/(2\sigma^2)} \qquad (x \ge 0).$$

Написать выражение плотности вероятности случайной величины.

35 Случайная величина X задана плотностью вероятности f(x) = a/$(1+x^2)$ при $-\infty < x < \infty$. Определить параметр *a* и математическое ожидание.

36 Случайная величина X задана плотностью вероятности

$f(x) = -\frac{3x^2}{4} + 6x - \frac{45}{4}$ на интервале (3; 5). Вне этого интервала f(x) = 0. Найти математическое ожидание.

37 Случайная величина X задана плотностью вероятности f(x) = $-\frac{3x^2}{4}+\frac{9x}{2}-6$ в интервале (2; 4). Вне этого интервала f(x) = 0. Найти математическое ожидание.

38. Случайная величина X имеет плотность вероятности

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x \le 0\\ \frac{1}{2}\sin x, & \text{если } 0, x \le \pi\\ 0, & \text{если } x > \pi.\end{cases}$$

Найти функцию распределения вероятностей и построить график.

39. Случайная величина X имеет плотность вероятности

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x \le 1,\\ \frac{1}{3}(x-\frac{1}{2}), & \text{если } 1 < x \le 3,\\ 0, & \text{если } x > 3.\end{cases}$$

Найти функцию распределения вероятностей и построить график.

40. Систолическое давление у женщин, страдающих гипертонической болезнью, имеет, согласно оценкам, среднее 161 мм и стандартное отклонение 10 мм. В предположении, что систолическое давление является нормальной случайной величиной, оцените вероятность того, что давление находится между 155 и 179 мм.рт.ст. Какое количество женщин из 1000 имеет давление в этом интервале ?

41. Известно, что для человека pH крови является нормальной случайной величиной со средним 7.4 и стандартным отклонением 0.2. Какова вероятность того, что:

1. уровень pH превосходит 7.45?
2. уровень pH находится между 7.3 и 7.47?

42. Диастолическое давление у женщин, страдающих гипертонической болезнью, имеет, согласно оценкам, среднее 98 мм и стандартное отклонение 15 мм. В предположении, что диастолическое давление является нормальной случайной величиной, оцените вероятность того, что давление находится между 83 и 110 мм.рт.ст. Какое количество женщин из 1000 имеет давление в этом интервале?

43. Средний рост 1000 солдат 181 см со стандартным отклонением 5см. Предположив, что рост подчиняется нормальному закону, оцените число солдат в группе, рост которых лежит между:

1. 170 и 175см,
2. больше 177см,
3. меньше 174см.

44. Установлено, что длина среднего пальца руки мужчины для некоторой группы людей подчиняется нормальному закону со средним 60 мм и стандартным отклонением 3 мм. Предположив, что в группе 800 человек, найдите, у скольких из них средний палец:

1. длиннее 62 мм,
2. короче 57 мм,
3. длиной между 60 и 66 мм.

45. Пусть масса пойманной рыбы подчиняется нормальному закону. Среднее значение веса одной рыбы равно 375 г., а стандартное отклонение 25г. Найти вероятность того, что масса одной пойманной рыбы:

1. составит от 345 до 410 г
2. не более 378г
3. больше 360 г.

46. Обнаружено, что оценки, полученные на экзамене большой группой студентов, подчиняются приближенно нормальному закону. Среднее значение равно-58, стандартное отклонение-10. Из группы случайным образом выбирается один студент. Найдите вероятность того, что его оценка будет:

1. больше 68
2. меньше 63
3. больше 41, но меньше 63.

47. Частота сердечных сокращений (ЧСС) пациента в течение суток изменялась в пределах 75 до 80 ударов в минуту. Найти вероятность попадания ЧСС в этот интервал, считая данную величину распределённой по нормальному закону с математическим ожиданием M(X)=72 сокращения в минуту и средним квадратичным отклонением, равным 5 сокращений в минуту.

48. Предполагая, что распределение массы лабораторных животных подчиняется нормальному закону, найти вероятность того, что масса случайно взятого животного будет находиться в пределах от 32 до 35г, если математическое ожидание M(X)=30г, среднее квадратичное отклонение, равно 3г.

49. Масса взрослого животного некоторого вида является нормально распределенной случайной величиной со средним значением 100 кг и стандартным отклонением 8 кг. Наудачу выбирают взрослое животное. Найти вероятности следующих событий:

1) масса животного меньше 90 кг;

2) больше 110 кг;

3) находится в интервале от 95 до 105 кг;

4)находится в интервале от 97 до 112 кг.

50. Диастолическое давление крови выпускников некоторого училища является нормально распределенной случайной величиной со средним значением 80мм и стандартным отклонением 5 мм. Измеряю давление крови у случайно выбранного выпускника. Определить вероятность того, что:

1) давление ниже 70 мм;

2) выше 85 мм;

3) выше 90 мм, но при дополнительном условии, что пациент выбран из числа тех, у кого на день проверки диастолическое давление оказалось выше 85 мм.

51. Предприятие выпускает стеклянные ампулы, размеры которых будем считать распределенными по нормальному закону. Средняя длина 100 мм, а стандартное отклонение 1 мм. ампула считается бракованной, если она короче чем 98 мм или длиннее 101 мм. Найти среднее число бракованных ампул среди 3 наудачу взятых ампул.

52. В условиях задачи 22 найти интервал, симметричный относительно среднего значения бракованных ампул, в которой попадает реально число бракованных ампул с вероятностью не менее 0.96.

53. Дана плотность распределения вероятности:

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \sin x, & 0 \prec x \le \frac{\pi}{2} \\ 0, & x \succ \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Найти F(x).

54. Дана плотность распределения вероятности:

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x \succ 2 \\ x=-\frac{1}{2}, & 1 \prec x \le 2 \\ 0, & x \le 1 \end{cases}$$

Найти F(x).

55. Дана плотность распределения вероятности:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x \le \frac{\pi}{6}\\ 3\sin 3x, & \frac{\pi}{6} \prec x \le \frac{\pi}{3}\\ 0, & x \succ \frac{\pi}{3}\end{cases}$$ Найти F(x).

56. Дана плотность распределения вероятности:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x \le 0\\ \cos x, & 0 \prec x \le \frac{\pi}{2}\\ 0, & x \succ \frac{\pi}{2}\end{cases}$$ Найти F(x).

57. Случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x \le 0\\ x^2, & 0 \prec x \le 1\\ 1, & x \succ 1\end{cases}$$

58. Найти вероятность того, что в результате четырёх независимых испытаний величина X ровно три раза примет значение, принадлежащее интервалу

(0,25; o,75).

59. Случайная величина X задана функции плотности вероятности:

$$f(x)=\begin{cases}0, x \le 0,\\ 2x, 0 < x \le 1\\ 0, x > 1\end{cases}$$

Найти математическое ожидание величины X.

60. Случайная величина X задана функции плотности вероятности:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x \le 3,\\ \frac{3}{4}x^2+6x-\frac{45}{4}, & 3 < x \le 5\\ 0, & x > 5\end{cases}$$

Найти математическое ожидание величины X.

61. Случайная величина X задана функции плотности вероятности:

$$f(x)=\begin{cases}0, x \le a\\ \frac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}, -3 < x \le 3\\ 0, x > 3\end{cases}$$ Найти дисперсию X.

62. Плотность вероятности случайной величины X, равномерно распределенной на [a, b]:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \le -3 \\ \dfrac{1}{b-a}, & a < x < b \\ 0, & b > b \end{cases}$$

Найти:

1) функцию распределения F(x) и начертить ее график;

2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины X.