

Теория вероятностей. Основные формулы.

Вероятность события.

1. $0 \leq P(A) \leq 1$ – вероятность события
2. $P(A) = \frac{m}{n}$ - классическая вероятность
3. $P^*(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m}{n}$ статистическая вероятность

Алгебра событий.

1. $P(A+B) = P(A) + P(B)$ – вероятность наступления одного из двух несовместимых событий.
2. $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ - вероятность наступления одного из двух совместимых событий.
3. $P(A \text{ и } B) = P(A) \cdot P(B)$ – вероятность одновременного наступления двух независимых событий.
4. $P(A \text{ и } B) = P(A) \cdot P(B/A)$ - вероятность одновременного наступления двух зависимых событий.

Формула Байеса

$$P_A(H_i) = \frac{P(H_i) \cdot P_{H_i}(A)}{\sum_{j=1}^n P(H_j) \cdot P_{H_j}(A)}$$

где A - рассматриваемое событие

j - количество гипотез

$P(H_i)$ - вероятность i -той гипотезы (доопытная)

$P_{H_i}(A)$ - условная вероятность события A при соответствующей гипотезе

$P_A(H_i)$ - послеопытная вероятность i -той гипотезы

Случайная величина.

1. Законы распределения.

- Биноминальный закон.

$$P_{N,M} = C_n^m \cdot P^m(A) \cdot [1 - P(A)]^{n-m}$$

$$C_n^m = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-m+1)}{m!}$$

- Распределение Пуассона.

$$P_{n,k} = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{K!} \quad \lambda = n \cdot P$$

- Нормальный закон распределения.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\delta^2}}$$

$$P(\alpha \leq x \leq \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\delta^2}} dx = \Phi\left(\frac{\beta - \bar{x}}{\delta}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - \bar{x}}{\delta}\right)$$

- Элементы комбинаторики.

$P_n = n!$ - число перестановок

$A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)$ - число размещений

$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots k}$ - число сочетаний

$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ - число сочетаний

Погрешности измерений: систематические
случайные
грубые (промахи)

$\Delta \bar{x} = |\bar{x} - x|$ - абсолютная погрешность

$\delta = \frac{\Delta \bar{x}}{\bar{x}} \cdot 100\%$ - относительная погрешность

$\kappa = \frac{\Delta x}{x_{\max}} \cdot 100$ - класс точности измерительного прибора

Характеристики распределения.

$$1. \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$2. D = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$3. \delta = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$4. CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

$$5. Me = x_i + \lambda \left(\frac{\frac{n}{2} - \sum f_i}{f_{Me}} \right) \quad \text{- медиана}$$

$$6. Mo = x_n + \lambda \left(\frac{f_2 - f_1}{2f_2 - f_1 + f_3} \right) \quad \text{- мода}$$

$$7. As = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \quad \text{Коэффициент асимметрии}$$

$$8. \acute{Y} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right]^2} - 3 \quad \text{Экцесс}$$

Доверительный интервал.

$$1. \bar{x} - t_p \frac{\delta}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_p \frac{\delta}{\sqrt{n}}$$

$$2. n = \frac{t_p^2 \cdot \delta^2}{\Delta^2}$$

Критерии достоверности.

$$1. t_p = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x}_1)^2 + \sum (x_i - \bar{x}_2)^2}{n(n-1)}}} \quad \text{- критерий Стьюдента.}$$

$$2. F = \frac{\delta_1^2}{\delta_2^2}, \text{ если: } \delta_1^2 \succ \delta_2^2 \quad \text{- критерий Фишера.}$$

$$3. X = \sum \psi(R/N + 1) \quad \text{- критерий Ван - дер-Вардена.}$$

$$4. X^2 = \sum \frac{(f - f')^2}{f'} \quad \text{- критерий } X_u \text{ - квадрат.}$$

Дисперсионный анализ.

$$1. \sigma_0^2 = \frac{1}{N-1} \left(\sum x_{ij}^2 - \frac{T^2}{N} \right) \text{ - общая дисперсия.}$$

$$2. \sigma_A^2 = \frac{1}{a-1} \left(\sum \frac{T_i^2}{n} - \frac{T^2}{N} \right) \text{ - дисперсия обусловленная влиянием фактора А.}$$

$$3. \sigma_e^2 = \frac{1}{N-a} \left(\sum x_{ij}^2 - \sum \frac{T_i^2}{n} \right) \text{ - дисперсия обусловленная посторонними причинами.}$$

$$4. P = \frac{\sigma_A^2 - \sigma_e^2}{\sigma_A^2 + \sigma_e^2 (n-1)} \text{ - степень влияния фактора А.}$$

Двухфакторный дисперсионный анализ.

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{b(a-1)} \left(\sum T_i^2 - \frac{T^2}{a} \right)$$

$$\sigma_B^2 = \frac{1}{a(b-1)} \left(\sum T_j^2 - \frac{T^2}{b} \right)$$

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{(a-1)(b-1)} \left(\sum X_{ij}^2 - \frac{\sum T_j^2}{a} - \frac{\sum T_i^2}{b} + \frac{T^2}{ab} \right)$$

$$F_A = \frac{\sigma_A^2}{\sigma_e^2} \quad F_B = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_e^2}$$

Корреляция и регрессия.

Коэффициент корреляции.

$$1. R = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$2. R = \frac{n \sum xy - \sum x \cdot \sum y}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \cdot \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

$$3. R = 1 - \frac{6 \sum (x_i - y_i)^2}{n(n^2 - 1)}$$

Уравнение регрессии.

$$Y = ax + b$$

Коэффициенты регрессии.

$$a = \frac{n \cdot \sum x_i y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum y_i \cdot \sum x_i^2 - \sum x_i \cdot \sum x_i y_i}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$