

Критерии достоверности оценок

Ни одно исследование не обходится без сравнений. Сравнить приходится данные опыта с контролем, преимущество одного препарата перед другим при лечении какого-либо заболевания, преимущество одной методики лечения перед другой и т. д.

О преимуществе той или иной из сравниваемых групп судят обычно по разности между сравниваемыми выборочными показателями- величинами случайными, сопровождаемыми ошибками репрезентативности.

Вопрос о достоверности выборочной разности с её ошибкой приходится решать исходя из той или иной гипотезы, т. е. предположения или допущения относительно параметров сравниваемых групп.

В области биометрии широкое применение получила так называемая *нулевая гипотеза (H_0)*.

Сущность *нулевой гипотезы (H_0)* сводится к предположению, что разница между генеральными параметрами сравниваемых групп равна нулю и что различия, наблюдаемые между выборочными характеристиками, носят не систематический, а исключительно случайный характер. Так, если одна выборка извлечена из нормально распределяющейся совокупности с параметрами μ_1 и S_{x1} , другая –из совокупности с параметрами μ_2 и S_{x2} , то нулевая гипотеза исходит из того, что $\mu_1=\mu_2$ и $S_{x1} = S_{x2}$, т. е. $\mu_1-\mu_2=0$ и $S_{x1}- S_{x2}=0$ (отсюда и название гипотезы- нулевая).

Для проверки принятой гипотезы, а следовательно, и достоверности оценки генеральных параметров по выборочным данным используют величины, функции распределения которых известны. Эти величины, называемые критериями достоверности, позволяют в каждом конкретном случае выявить, удовлетворяют ли выборочные показатели принятой гипотезе. Функции распределения указанных величин табулированы, т. е. сведены в специальные таблицы, где содержатся значения функции для разных чисел степеней свободы R или объёма выборки n и уровней значимости α .

Уровень значимости, или вероятность ошибки, допускаемой при оценке принятой гипотезы, может различаться. Обычно при проверке статистических гипотез принимают три уровня значимости:

1. **5%**-ный (вероятность ошибочной оценки **$P=0,05$**),
2. **1%**-ный (вероятность ошибочной оценки **$P=0,01$**)
3. **0,1%**-ный (вероятность ошибочной оценки **$P=0,001$**).

В биологических исследованиях часто считают достаточным **5%** уровень значимости. При этом нулевую гипотезу не отвергают, если в результате исследования окажется, что вероятность ошибочности оценки относительно правильности принятой гипотезы превышает **5%**, т.е. $P > 0,05$. Если же $P < 0,05$, то принятую гипотезу следует отвергнуть на взятом уровне (α). Ошибка при этом возможна не более чем **5%** случаев, т. е. она маловероятна. При более ответственных исследованиях уровень значимости может быть уменьшен до **1%** или даже до **0,1%**.

Существует достаточно большое количество критериев различий. Каждый из них имеет свою специфику, различаясь между собой по основаниям (например, тип измерительной шкалы, максимальный объем выборки, количество выборок, качество выборки - зависимая и независимая).

Выборки могут быть независимыми, если идёт сравнение контрольной и опытной группы, или зависимыми, если обе выборки представлены одними и теми же пациентами до и после вмешательства.

Кроме того, критерии различаются по мощности. *Мощность* критерия - это способность выявлять различия или отклонять нулевую гипотезу, если она не верна.

Статистические критерии делятся на параметрические и непараметрические. **Параметрические** критерии включают в формулу расчета среднее арифметическое и дисперсии и применяются при анализе метрических данных, вписывающихся в кривую нормального распределения.

При нормальном распределении генеральной совокупности параметрические критерии обладают большей мощностью по сравнению с непараметрическими.

При работе с **непараметрическими** критерии оперируют частотами и рангами. При этом данные должны быть измерены в номинативной или ранговой шкале. Непараметрический критерий рекомендуется использовать также для анализа метрических данных, распределение которых значительно отличается от нормального.

Главная задача исследователя заключается в выборе правильного статистического критерия для проверки гипотез. Выбор критерия зависит от поставленной задачи, типа данных и количества измерений.

Статистические критерии можно классифицировать в зависимости от задач, стоящих перед исследователем (см. табл.).

Задачи	Параметрические критерии	Непараметрические критерии
Оценка достоверности различий независимых выборок	1. t-критерий Стьюдента 2. F-критерий Фишера	1. U-критерий Манна-Уитни 2. Критерий Колмогорова-Смирнова 3. Критерий Вальда-Вольфовича 4. Критерий Ван-дер-Вардена
Оценка достоверности различий при повторных измерениях (зависимые выборки)	t-критерий Стьюдента для зависимых выборок	1. T-критерий Вилкоксона 2. Критерий знаков
Сравнение эмпирической и теоретической частот		χ^2 (критерий хи-квадрат)

Как видно из таблицы, иногда одна и та же задача может быть решена при помощи различных методов.

Рекомендации к выбору критерия различий:

1. Определить соответствие данных нормальному закону распределения.
2. Определить, являются ли выборки зависимыми или независимыми.
3. Оценить объем выборки и, зная ограничения каждого критерия по объему, выбрать соответствующий критерий.
4. Если используемый критерий не выявил различия - следует применить более мощный.
5. Если имеется несколько критериев, то следует выбирать те из них, которые наиболее полно используют информацию, содержащуюся в экспериментальных данных.

Для каждого критерия создан алгоритм расчетов.

Критерий Стьюдента

Критерий Стьюдента применяется для сравнения двух независимых выборок, взятых из нормально распределяющихся совокупностей.

Пусть \bar{X}_1 и \bar{X}_2 - средние значения выборок, взятых из генеральных совокупностей со средними μ_1 и μ_2 . Нулевая гипотеза сводится к предположению, что $\mu_1 = \mu_2$.

Критерием для проверки H_0 -гипотезы служит отношение при $n_1=n_2$:

$$t_o = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2|}{\sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X}_1)^2 + \sum (X_i - \bar{X}_2)^2}{n \cdot (n-1)}}} \quad \text{и} \quad t_\phi = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2|}{\sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X}_1)^2 + \sum (X_i - \bar{X}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2} \cdot \left(\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}\right)}} \quad \text{при } n_1 \neq n_2$$

H_0 -гипотезу отвергают, если фактически установленная величина t_ϕ -критерия превзойдет или окажется равной стандартному t_{st} - этой величины для принятого уровня значимости α и числа степеней свободы $R=n_1+n_2-2$,

т. е. при условии: $t_\phi \geq t_{st}$, Если $t_\phi < t_{st}$, то H_0 -гипотеза сохраняется.

Задача:

На двух группах крыс поставлен опыт по сравнению влияния разных рационов на рост. Крысы первой группы получали рацион с высоким содержанием белка, крысы второй – с низким. Привесы за 56 дней опыта для каждой крысы составляли в (г):

Высокобелковый рацион- X_{1i}	134	146	104	119	124	161	107
Низкобелковый рацион- X_{2i}	70	118	101	85	107	132	94

Применяя t-критерий Стьюдента определить достоверность влияния высокобелкового рациона на рост крыс.

Для решения задачи составляют таблицу:

№	X_{1i}	X_{2i}	$X_{1i} - \bar{X}_1$	$X_{2i} - \bar{X}_2$	$(X_{1i} - \bar{X}_1)^2$	$((X_{2i} - \bar{X}_2)^2)$
1	134	70	6	-31	38	961
2	146	118	18	17	329	289
3	104	101	-24	0	569	0
4	119	85	-9	-16	78	256
5	124	107	-4	6	15	36
6	161	132	33	31	1098	961
7	107	94	-21	-7	435	49
$\Sigma =$	895	707			2563	2552
$\bar{X} =$	128	101				
	n=7					

Алгоритм вычисления критерия Стьюдента:

1. Находят средние значения в первой и второй выборке (\bar{X}_1 и \bar{X}_2).
2. Находят разность между каждым значением случайной величины и средним значением в первой и второй выборке.
3. Возводят в квадрат полученные разности.
4. Суммируют значения полученных разностей в первой и второй выборке.
5. Подставляют полученные суммы в формулу критерия Стьюдента и рассчитывают фактическое значение критерия Стьюдента по формуле:

$$t_0 = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x}_1)^2 + \sum(x_i - \bar{x}_2)^2}{n(n-1)}}} = \frac{|127,86 - 101|}{\sqrt{\frac{2562,86 + 2552}{42}}} = 2,43$$

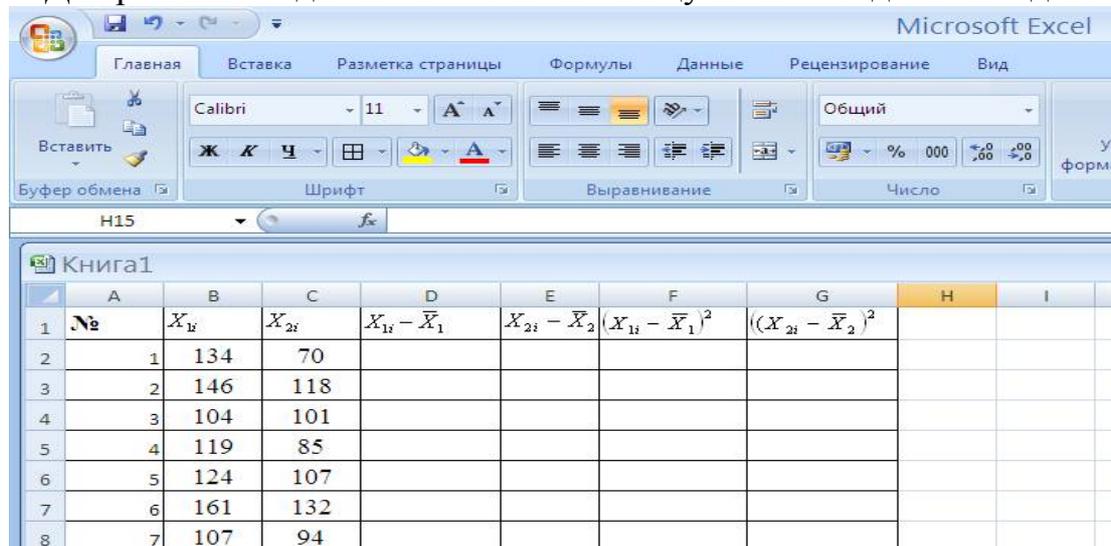
6. По таблице №3 находят стандартное значение критерия Стьюдента для $P=0,95$ и $R=n_1+n_2-2$ числа степеней свободы: $R=7+7-2=12$, $t_{st}=2,18$

7. Делают вывод:

$t_{ф} \geq t_{st}$, Но – отвергается, высокобелковый рацион на рост крыс влияет.

Схема вычисления t-критерия Стьюдента с использованием таблиц Excel:

1. Для решения задачи составляют таблицу и заносят данные задачи.



The screenshot shows the Microsoft Excel interface with a data table. The table has 8 rows and 8 columns. The columns are labeled A through H. The data is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	№	X_{1i}	X_{2i}	$X_{1i} - \bar{X}_1$	$X_{2i} - \bar{X}_2$	$(X_{1i} - \bar{X}_1)^2$	$(X_{2i} - \bar{X}_2)^2$		
2	1	134	70						
3	2	146	118						
4	3	104	101						
5	4	119	85						
6	5	124	107						
7	6	161	132						
8	7	107	94						

2. Находят средние значения в первой и второй выборке (\bar{X}_1 и \bar{X}_2), для этого ставят курсор на ячейку **В9**, нажимают на значок Σ и на раскрытом меню выбирают пункт «среднее», нажимают «ввод», результат округляют до целого значения. Аналогично находят среднее второй выборки.

	A	B	C	D	E	F	G
№	X_{1i}	X_{2i}	$X_{1i} - \bar{X}_1$	$X_{2i} - \bar{X}_2$	$(X_{1i} - \bar{X}_1)^2$	$(X_{2i} - \bar{X}_2)^2$	
1	1	134	70	6			
2	2	146	118	18			
3	3	104	101	-24			
4	4	119	85	-9			
5	5	124	107	-4			
6	6	161	132	33			
7	7	107	94	-21			
		128	101				

Ставят курсор на ячейку E2 и выполняют аналогичные действия для второй выборки.

4. Возводят в квадрат полученные разности. Для этого ставят курсор на ячейку F2, далее набирают «=D2* D2», нажимают «ввод» и копируют результат в ячейки F3-F8.

	A	B	C	D	E	F	G
№	X_{1i}	X_{2i}	$X_{1i} - \bar{X}_1$	$X_{2i} - \bar{X}_2$	$(X_{1i} - \bar{X}_1)^2$	$(X_{2i} - \bar{X}_2)^2$	
1	1	134	70	6			
2	2	146	118	18	-31	=D2*D2	
3	3	104	101	-24	0		
4	4	119	85	-9	-16		
5	5	124	107	-4	6		
6	6	161	132	33	31		
7	7	107	94	-21	-7		
		128	101				

Ставят курсор на ячейку G2, далее набирают «=E2* E2», нажимают «ввод» и копируют результат в ячейки G3-G8.

	A	B	C	D	E	F	G
1	№	X_{1i}	X_{2i}	$X_{1i} - \bar{X}_1$	$X_{2i} - \bar{X}_2$	$(X_{1i} - \bar{X}_1)^2$	$((X_{2i} - \bar{X}_2)^2)$
2	1	134	70	6	-31	38	961
3	2	146	118	18	17	329	289
4	3	104	101	-24	0	569	0
5	4	119	85	-9	-16	78	256
6	5	124	107	-4	6	15	36
7	6	161	132	33	31	1098	961
8	7	107	94	-21	-7	435	49
9		128	101				

5. Суммируют значения полученных квадратов разностей в первой и второй выборке.

	A	B	C	D	E	F	G
1	№	X_{1i}	X_{2i}	$X_{1i} - \bar{X}_1$	$X_{2i} - \bar{X}_2$	$(X_{1i} - \bar{X}_1)^2$	$((X_{2i} - \bar{X}_2)^2)$
2	1	134	70	6	-31	38	961
3	2	146	118	18	17	329	289
4	3	104	101	-24	0	569	0
5	4	119	85	-9	-16	78	256
6	5	124	107	-4	6	15	36
7	6	161	132	33	31	1098	961
8	7	107	94	-21	-7	435	49
9		128	101			2563	2552
10							

6. Подставляют полученные суммы в формулу критерия Стьюдента и рассчитывают фактическое значение критерия.

$$t_0 = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2|}{\sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x}_1)^2 + \sum(x_i - \bar{x}_2)^2}{n \cdot (n-1)}}$$

Для этого курсор ставят на ячейку **H2** и набирают формулу:

«**=(B9-C9)/(КОРЕНЬ((F9+G9)/B10/(B10-1)))**», нажимают «**ВВОД**» и получают фактическое значение критерия Стьюдента.

№	X_{1i}	X_{2i}	$X_{1i} - \bar{X}_1$	$X_{2i} - \bar{X}_2$	$(X_{1i} - \bar{X}_1)^2$	$(X_{2i} - \bar{X}_2)^2$	t_{ϕ}
1	134	70	6	-31	38	961	2,43
2	146	118	18	17	329	289	
3	104	101	-24	0	569	0	
4	119	85	-9	-16	78	256	
5	124	107	-4	6	15	36	
6	161	132	33	31	1098	961	
7	107	94	-21	-7	435	49	
8	128	101			2563	2552	
9	n=7						

6. По таблице №3 находят стандартное значение критерия Стьюдента для $P=0,95$ и $R=n_1+n_2-2$ числа степеней свободы: $R=7+7-2=12$, $t_{st}=2,18$

7. Делают вывод: $t_{\phi} \geq t_{st}$, Но – отвергается, высокобелковый рацион на рост крыс влияет.

Задачи для самостоятельного решения

9.1 Для определения pH использовались 2 типа электродов.

Тип электрода	Показания pH			
	1	5,78	5,74	5,84
2	5,82	5,87	5,96	5,89

Применяя t-критерий Стьюдента определить, следует ли отбросить нулевую гипотезу?

9.2 Изучено общее содержание азота в плазме крови крыс-альбиносов в возрасте 37 и 180 дней. Результаты выражены в граммах на 100см^3 плазмы.

Возраст	1	2	3	4	5	6	7	8	9
37	0,98	0,83	0,99	0,86	0,9	0,81	0,94	0,92	0,87
180	1,2	1,18	1,33	1,21	1,2	1,07	1,13	1,12	1,3

Применяя t-критерий Стьюдента определить достоверность влияния возраста на содержание азота в плазме крови крыс-альбиносов.

9.3 У 12 работающих на ультразвуковых установках изучалось содержание сахара в крови натощак до работы и через 3 часа после работы. Определить достоверность влияния ультразвуковых установок на снижение сахара в крови, используя t-критерий Стьюдента.

Натошак	98	82	99	72	79	82	64	70	88	66	88	81
После 3-х час.раб.	54	67	96	59	79	76	66	66	48	61	61	50

9.4 Изучалось влияние на величину веса щитовидной железы белых крыс раздражения животных во время кормления слабым электрическим током. Получены следующие данные о весе (в мг) щитовидной железы указанных животных и животных контрольной группы, не подвергавшихся раздражению:

Опытная	16	21	16	16	35	24	23	23	16
Контрольная	19	10	12	13	9	8	15	13	12

Используя **t**-критерий Стьюдента, определить, являются ли различия в весе щитовидной железы животных сравниваемых групп статистически значимыми.

9.5 На двух группах крыс поставлен опыт по сравнению влияния разных рационов на рост. Крысы первой группы получали рацион с высоким содержанием белка, крысы второй - с низким. Привесы за 56 дней опыта для каждой крысы составили в (г):

Высокобелк. рацион	134	146	104	119	124	161	107
Низкобелк. рацион	70	118	101	85	107	132	94

Пользуясь **t**-критерием Стьюдента определить достоверность влияния высокобелкового рациона на рост крыс.

9.6 На двух группах лабораторных мышей опытной и контрольной изучалось влияние на организм нового препарата. После месячных испытаний масса тела животных (г) варьировала следующим образом:

Опыт	80	76	75	64	70	72	68	79	83
Контроль	70	78	60	80	62	68	73	60	71

Используя **t**-критерий Стьюдента определить достоверность влияния на организм нового препарата.

9.7 Пользуясь **t**-критерием Стьюдента, определить достоверно ли изменение содержания **Na** в сыворотке крови кроликов с атеросклерозом на 10-й день после перевязки коронарной артерии и 9 дневного введения нероболила.

До опыта	407	420	420	326	379	474	474	499	387	449
После опыта	382	331	360	357	350	439	450	405	382	373

9.8 Определялось содержание сиаловой кислоты больных инфарктом миокарда, поступивших на лечение в сроки до 3-х (X) дней и позднее 6-ти дней (Y) от начала заболевания:

X	240	235	270	280	185	287	148
Y	314	270	220	226	230	305	278

Определить достоверность влияния сроков заболевания на содержание сиаловой кислоты в крови используя **t**-критерий Стьюдента.

9.9 Температура тела разнополых тушканчиков оказалась следующей:

У самцов	37,5	37,9	37,4	37,8	36,8	37,8	37,5
У самок	37,8	38,1	37,0	37,5	37,7	37,8	37,6

Используя **t**-критерий Стьюдента, определить, отличаются ли самцы и самки по температуре тела.

9.10 Следующие данные основаны на результатах сравнительного исследования средней концентрации свинца в крови (в мг/100г) группы рабочих аккумуляторного завода, подвергавшихся профессиональному воздействию-(X) и группы рабочих текстильной фабрики не подвергавшихся профессиональному воздействию-(Y).

X	0.082	0.080	0.079	0.069	0.085	0.090	0.086
Y	0.040	0.035	0.036	0.039	0.041	0.046	0.043

Применяя **t**-критерий Стьюдента, определить, есть ли различие в среднем содержании свинца в сыворотке крови у рабочих двух предприятий.

9.11 Определение содержания основного фармакологически активного вещества в жидком лекарственном препарате двумя методами – дало следующие результаты:

1	98,2	98,30	98,30	98,40	98,40	98,40	98,50	98,50	98,60
2	98,3	98,40	98,40	98,50	98,50	98,60	98,60	98,70	98,70

С помощью **t**-критерия Стьюдента сравнить оба метода при доверительной вероятности $P=0.95$.

9.13 Для определения содержания хлора в химическом соединении были применены методы А и В. Результаты даны в %. Применить **t**-критерий Стьюдента для сравнения методов А и В.

A	27,5	27,0	27,3	27,6	27,8			
B	27,9	26,5	27,2	26,3	27,0	27,4	27,3	26,8

9.15 Применить **t**-критерий Стьюдента для оценки значимости различия между % фагоцитировавших лейкоцитов у морских свинок, сенсibilизированных лошадиной сывороткой (X) и в контроле (Y).

X	2	6	8	8	10	14
Y	22	32	36	54		

9.16 Изучалось влияние на поглотительные способности ретикулоэндотелиальной системы витамина **B₁₂**. Получены данные:

Опыт.	28	29	33	34	35	36	39	48	50	53	54	57
Контр.	40	48	50	50	51	53	55	59	60	60	62	84

Применить t-критерия Стьюдента для определения достоверности влияния витамина В₁₂ на поглотительную способность ретикулоэндотелиальной системы. Сравнить полученные результаты.

9.17 Изучалось влияние кобальта на массу тела кроликов. Опыт проводился на двух группах животных: опытной и контрольной. Опытные кролики ежедневно получали добавку к рациону в виде водного раствора по 0.06г хлористого кобальта на 1 кг живой массы тела. Проанализировать с помощью t-критерия Стьюдента результаты о влиянии кобальта на величину массы тела кроликов.

Контроль	420	470	490	504	530	560	580	580
Опыт	561	580	621	630	640	680	692	700

9.18 Применяя критерий t-критерия Стьюдента, определить достоверность влияния токсических свойств винилпропионата на среднее время гибели мышей. Сравнить полученные результаты.

Опытная	22	35	39	41	43	45	46	48	48	69
Контрольная	13	14	17	22	26	27	30	32	40	55

9.19 На двух группах лабораторных мышей-опытной (n₁=9) и контрольной (n₂=11) изучали влияние на массу нового препарата. После месячных испытаний масса тела животных, выраженная в граммах, варьировала следующим образом:

Опыт	80	76	75	64	70	68	72	79	83		
Контроль	70	78	60	80	62	68	73	60	71	66	69

Применяя t-критерия Стьюдента оценить эффективность воздействия нового препарата на организм мышей. Сравнить полученные результаты.

9.20 Получены данные о весе разнополых тушканчиков (X-самцы, Y-самки).

X	186	190	165	182	182	180	173	157	179	164	146	173	144	156	156
Y	162	163	190	188	147	145	157	162	186	175	147	145	145	155	174

Применяя t-критерия Стьюдента определить, отличаются ли самцы от самок по весу.